jak policzyć różnicę kwadratów dwóch liczb ?

jak policzyć różnicę kwadratów dwóch liczb ?

można wprost

```
#include <stdio.h>
  int main(){
  double a,b;
  scanf("%lf%lf",&a,&b);
  printf(%lf\n",a*a-b*b);
  }
```

jak policzyć różnicę kwadratów dwóch liczb ?

można wprost

```
#include <stdio.h>
  int main(){
  double a,b;
  scanf("%lf%lf",&a,&b);
  printf(%lf\n",a*a-b*b);
  }
```

można też inaczej

```
#include <stdio.h>
  int main(){
  double a,b;
  scanf("%lf%lf",&a,&b);
  printf(%lf\n",(a-b)*(a+b);
  }
```

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

`(a-b)*(a+b)`

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a - b)(1 + \epsilon_1) \cdot (a + b)(1 + \epsilon_2)(1 + \epsilon_3)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

```
(a-b)*(a+b)
```

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)\simeq$$
$$\simeq(a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3)\simeq$$
$$\simeq(a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)$$

a*a-b*b

$$((a\cdot a)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3) \simeq$$
$$\simeq (a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)$$

a*a-b*b

$$((a\cdot a)(1+\epsilon_1)-(b\cdot b)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3) \simeq$$
$$\simeq (a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)$$

a*a-b*b

$$((a\cdot a)(1+\epsilon_1)-(b\cdot b)(1+\epsilon_2))$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3) \simeq$$
$$\simeq (a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)$$

a*a-b*b

$$((a\cdot a)(1+\epsilon_1)-(b\cdot b)(1+\epsilon_2))\,(1+\epsilon_3)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$
(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3) \simeq \\
\simeq (a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)
$$

a*a-b*b

$$
((a\cdot a)(1+\epsilon_1)-(b\cdot b)(1+\epsilon_2))\,(1+\epsilon_3) = \\
= \left[(a^2-b^2)+a^2\epsilon_1-b^2\epsilon_2\right](1+\epsilon_3)
$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3) \simeq$$
$$\simeq (a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)$$

a*a-b*b

$$((a\cdot a)(1+\epsilon_1)-(b\cdot b)(1+\epsilon_2))\,(1+\epsilon_3) =$$
$$= \left[(a^2-b^2)+a^2\epsilon_1-b^2\epsilon_2\right](1+\epsilon_3) =$$
$$= (a^2-b^2))\left(1+\frac{a^2\epsilon_1-b^2\epsilon_2}{a^2-b^2}\right)(1+\epsilon_3)$$

dlaczego aż taka różnica ?

- policzmy jak propagują się błędy zaokrągleń

(a-b)*(a+b)

$$(a-b)(1+\epsilon_1)\cdot(a+b)(1+\epsilon_2)(1+\epsilon_3) \simeq$$
$$\simeq (a^2-b^2)(1+\epsilon_1+\epsilon_2+\epsilon_3)$$

a*a-b*b

$$((a\cdot a)(1+\epsilon_1)-(b\cdot b)(1+\epsilon_2))\,(1+\epsilon_3) =$$
$$= \left[(a^2-b^2)+a^2\epsilon_1-b^2\epsilon_2\right](1+\epsilon_3) =$$
$$= (a^2-b^2))\left(1+\frac{a^2\epsilon_1-b^2\epsilon_2}{a^2-b^2}\right)(1+\epsilon_3) \simeq$$
$$\simeq (a^2-b^2)\left(1+\frac{a^2\epsilon_1-b^2\epsilon_2}{a^2-b^2}+\epsilon_3\right)$$

schemat Eulera

równanie rozpadu

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau}$$

schemat całkowania

$$m^{n+1} = m^n - \frac{m^n}{\tau}\Delta t$$

warunek początkowy

$$m^0 = m_0$$

schemat Eulera

równanie oscylatora

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \\ \frac{dv}{dt} &= -\omega^2 x \end{aligned}$$

schemat całkowania

$$\begin{aligned} x^{n+1} &= x^n + v^n \Delta t \\ v^{n+1} &= v^n - \omega^2 x^n \Delta t \end{aligned}$$

przykładowy warunek początkowy

$$x^0 = 1, \quad v^0 = 0$$

schemat niejawny

równanie rozpadu

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau}$$

schemat niejawny

równanie rozpadu

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau}$$

$$m^{n+1} = m^n - \frac{m^n + m^{n+1}}{2\tau}\Delta t$$

schemat niejawny

równanie rozpadu

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau}$$

$$m^{n+1} = m^n - \frac{m^n + m^{n+1}}{2\tau}\Delta t$$

$$m^{n+1}\left(1 + \frac{\Delta t}{2\tau}\right) = m^n\left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau}\right)$$

schemat niejawny

równanie rozpadu

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau}$$

$$m^{n+1} = m^n - \frac{m^n + m^{n+1}}{2\tau}\Delta t$$

$$m^{n+1}\left(1 + \frac{\Delta t}{2\tau}\right) = m^n\left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau}\right)$$

$$m^{n+1} = m^n \frac{1 - \frac{\Delta t}{2\tau}}{1 + \frac{\Delta t}{2\tau}}$$

schemat niejawny

równanie oscylatora

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \omega v \\ \frac{dv}{dt} &= -\omega x\end{aligned}$$

schemat niejawny

równanie oscylatora

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \omega v \\ \frac{dv}{dt} &= -\omega x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^{n+1} &= x^n + \frac{\omega \Delta t}{2}(v^n + v^{n+1}) \\ v^{n+1} &= v^n - \frac{\omega \Delta t}{2}(x^n + x^{n+1})\end{aligned}$$

schemat niejawny

równanie oscylatora

$$
\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= \omega v \\
\frac{dv}{dt} &= -\omega x
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^{n+1} &= x^n + \frac{\omega \Delta t}{2}(v^n + v^{n+1}) \\
v^{n+1} &= v^n - \frac{\omega \Delta t}{2}(x^n + x^{n+1})
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^{n+1} - \frac{\omega \Delta t}{2} v^{n+1} &= +x^n + \frac{\omega \Delta t}{2} v^n \quad | \times \frac{\omega \Delta t}{2} \; - \\
\frac{\omega \Delta t}{2} x^{n+1} + v^{n+1} &= -\frac{\omega \Delta t}{2} x^n + v^n \quad | \times \frac{\omega \Delta t}{2} \; +
\end{aligned}
$$

schemat niejawny

$$
\begin{aligned}
x^{n+1} - \frac{\omega \Delta t}{2} v^{n+1} &= +x^n + \frac{\omega \Delta t}{2} v^n \quad | \times \frac{\omega \Delta t}{2} \; - \\
\frac{\omega \Delta t}{2} x^{n+1} + v^{n+1} &= -\frac{\omega \Delta t}{2} x^n + v^n \quad | \times \frac{\omega \Delta t}{2} \; +
\end{aligned}
$$

schemat niejawny

$$
\begin{aligned}
x^{n+1} - \frac{\omega\Delta t}{2} v^{n+1} &= +x^n + \frac{\omega\Delta t}{2} v^n \quad \Big| \times \frac{\omega\Delta t}{2} \; - \\
\frac{\omega\Delta t}{2} x^{n+1} + v^{n+1} &= -\frac{\omega\Delta t}{2} x^n + v^n \quad \Big| \times \frac{\omega\Delta t}{2} \; +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^{n+1}\left(1 + \frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) &= x^n\left(1 - \frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) + v^n\omega\Delta t \\
v^{n+1}\left(1 + \frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) &= v^n\left(1 - \frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) - x^n\omega\Delta t
\end{aligned}
$$

schemat niejawny

$$
\begin{aligned}
x^{n+1}\left(1+\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) &= x^n\left(1-\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right)+v^n\omega\Delta t \\
v^{n+1}\left(1+\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) &= v^n\left(1-\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right)-x^n\omega\Delta t
\end{aligned}
$$

schemat niejawny

$$
\begin{aligned}
x^{n+1}\left(1+\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) &= x^n\left(1-\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right)+v^n\omega\Delta t \\
v^{n+1}\left(1+\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right) &= v^n\left(1-\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right)-x^n\omega\Delta t
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^{n+1} &= \frac{x^n\left(1-\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right)+v^n\omega\Delta t}{1+\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}} \\
v^{n+1} &= \frac{v^n\left(1-\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}\right)-x^n\omega\Delta t}{1+\frac{\omega^2\Delta t^2}{4}}
\end{aligned}
$$

schemat RK4

równanie rozpadu

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau}$$

schemat RK4

równanie rozpadu

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau}$$

$$\begin{aligned}
m^{n+1} &= m^n + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\
k_1 &= -m^n/\tau \\
k_2 &= -(m^n + k_1\frac{\Delta t}{2})/\tau \\
k_3 &= -(m^n + k_2\frac{\Delta t}{2})/\tau \\
k_4 &= -(m^n + k_3\Delta t)/\tau
\end{aligned}$$

schemat RK4

równanie oscylatora

$$
\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= \omega v \\
\frac{dv}{dt} &= -\omega x
\end{aligned}
$$

schemat RK4

równanie oscylatora

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \omega v\\ \frac{dv}{dt} &= -\omega x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^{n+1} &= \\ &= x^n + \frac{\Delta t}{6}(k_{x_1} + 2k_{x_2} + 2k_{x_3} + k_{x_4})\\ k_{x_1} &= \omega v^n\\ k_{x_2} &= \omega(v^n + k_{v_1}\frac{\Delta t}{2})\\ k_{x_3} &= \omega(v^n + k_{v_2}\frac{\Delta t}{2})\\ k_{x_4} &= \omega(v^n + k_{v_3}\Delta t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v^{n+1} &= \\ &= v^n + \frac{\Delta t}{6}(k_{v_1} + 2k_{v_2} + 2k_{v_3} + k_{v_4})\\ k_{v_1} &= -\omega x^n\\ k_{v_2} &= -\omega(x^n + k_{x_1}\frac{\Delta t}{2})\\ k_{v_3} &= -\omega(x^n + k_{x_2}\frac{\Delta t}{2})\\ k_{v_4} &= -\omega(x^n + k_{x_3}\Delta t)\end{aligned}$$

schemat RK4

ruch masy w polu grawitacyjnym

$$
\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= v_x \qquad & \frac{dv_x}{dt} &= -GM\frac{x}{r^3} \qquad & r = \sqrt{x^2+y^2} \\
\frac{dy}{dt} &= v_y \qquad & \frac{dv_y}{dt} &= -GM\frac{y}{r^3}
\end{aligned}
$$

schemat RK4

ruch masy w polu grawitacyjnym

$$\frac{dx}{dt} = v_x \qquad \frac{dv_x}{dt} = -GM\frac{x}{r^3}$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y \qquad \frac{dv_y}{dt} = -GM\frac{y}{r^3}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\begin{aligned}
x^{n+1} &= x^n + \frac{\Delta t}{6}(k_{x_1} + 2k_{x_2} + 2k_{x_3} + k_{x_4}) \\
k_{x_1} &= v_x^n \\
k_{x_2} &= v_x^n + k_{v_{x1}}\frac{\Delta t}{2} \\
k_{x_3} &= v_x^n + k_{v_{x2}}\frac{\Delta t}{2} \\
k_{x_4} &= v_x^n + k_{v_{x3}}\Delta t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_x^{n+1} &= v_x^n + \frac{\Delta t}{6}(k_{v_{x1}} + 2k_{v_{x2}} + 2k_{v_{x3}} + k_{v_{x4}}) \\
k_{v_{x1}} &= -GMx^n/r_1^3 \\
k_{v_{x2}} &= -GM(x^n + k_{x_1}\frac{\Delta t}{2})/r_2^3 \\
k_{v_{x3}} &= -GM(x^n + k_{x_2}\frac{\Delta t}{2})/r_3^3 \\
k_{v_{x4}} &= -GM(x^n + k_{x_3}\Delta t)/r_4^3
\end{aligned}$$

równania hydrodynamiki

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_j) = 0$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j + p\delta_{ij}) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}[(e + p)v_j] = 0$$

$$p = (\gamma - 1)\varepsilon$$

$$e = \varepsilon + \rho v^2/2$$

$$c_s^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$$

... w jednym wymiarze

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2 + p) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(e + p)v] = 0$$

$$p = (\gamma - 1)\varepsilon = (\gamma - 1) \cdot (e - \rho v^2/2)$$

$$c_s^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$$

... w jednym wymiarze

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0$$
$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2 + p) = 0$$
$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(e + p)v] = 0$$
$$p = (\gamma - 1)\varepsilon = (\gamma - 1) \cdot (e - \rho v^2/2)$$
$$c_s^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0$$
$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left((\gamma - 1)e + \frac{3 - \gamma}{2}\rho v^2\right) = 0$$
$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma e v + \frac{1 - \gamma}{2}\rho v^3\right) = 0$$
$$c_s^2 = \gamma(\gamma - 1) \cdot \left(\frac{e}{\rho} - \frac{v^2}{2}\right)$$

wszystko co potrzebne razem

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left((\gamma-1)e + \frac{3-\gamma}{2}\rho v^2\right) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma e v + \frac{1-\gamma}{2}\rho v^3\right) = 0$$

$$c_s^2 = \gamma(\gamma-1)\cdot\left(\frac{e}{\rho} - \frac{v^2}{2}\right)$$

$$\gamma = 5/3$$

$$w = f(u)/c$$

$$u^R = \frac{u+w}{2}$$

$$u^L = \frac{u-w}{2}$$

$$\frac{\partial u^R}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cu^R) = 0$$

$$\frac{\partial u^L}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(cu^L) = 0$$

$$f^R = cu^R \quad f^L = cu^L$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f^R}{\partial x} - \frac{\partial f^L}{\partial x} = 0$$

eliminacja Gaussa

				j			k			
	0									
	0	0								
	0	0		a_{jj}			a_{jk}			
i				a_{ij}			a_{ik}			

zerujemy a_{ij} dla $i > j$

$a_{ik} = a_{ik} - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} a_{jk}$

oraz

$w_i = w_i - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} w_j$

na koniec

$$u_i = \frac{w_i - \sum\limits_{k=i+1}^{N} a_{ik} u_k}{a_{ii}}$$

iteracyjne rozwiązane r. Poissona

r. Poissona

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \rho$$

w postaci różnicowej

$$\Phi_{j-1} - 2\Phi_j + \Phi_{j+1} = \Delta^2 \rho_j$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \end{bmatrix} = \Delta^2 \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \rho_5 \end{bmatrix}$$

macierz iteracyjna

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

macierz iteracyjna

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

macierz iteracyjna

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

macierz iteracyjna

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

macierz iteracyjna

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I - D^{-1}A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

model PiC 1D

- śledzimy M cząstek (m_μ, x_μ, v_μ) w przestrzeni $[0, N\Delta)$ komórek $(i \,\epsilon\, [0, N))$
- położenie cząstki μ: $i = \left\lfloor \frac{x_\mu^{n-1}}{\Delta} \right\rfloor$
- przyśpieszenie tej cząstki: $a_i^{n-1} = -G\,\frac{\Phi_{i+1}^{n-1} - \Phi_{i-1}^{n-1}}{2\Delta}$
- nowa prędkość: $v_\mu^n = v_\mu^{n-2} + 2\Delta t\, a^{n-1}$
- nowe położenie: $x_\mu^{n+1} = x_\mu^{n-1} + 2\Delta t\, v_\mu^n$
- nowy rozkład gęstości: $\rho_i^{n+1} = \frac{1}{\Delta} \sum\limits_{\mu=1}^{M} m_\mu \delta\left(\left\lfloor \frac{x_\mu^{n+1}}{\Delta} \right\rfloor\right)$
- nowy potencjał: $\Phi_{i-1}^{n+1} - 2\Phi_i^{n+1} + \Phi_i^{n+1} = \Delta^2 \rho_i^{n+1}$

  $f_i = \frac{1}{2}F^c(0) + \sum_{k=1}^{N/2-1} F^c(k)\cos\frac{2\pi ki}{N} + F^s(k)\sin\frac{2\pi ki}{N}$

  $F^c(k) = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N-1} f_i \cos\frac{2\pi ki}{N}$

  $F^s(k) = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N-1} f_i \sin\frac{2\pi ki}{N}$